

На правах рукописи



ЗАПОРОЖЕЦ Дмитрий Николаевич

**ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ**

05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Челябинск – 2013

Работа выполнена на кафедре
прикладной математики и фундаментальной информатики
ФГБОУ ВПО «Омский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
ЗЫКИНА Анна Владимировна.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
ПАНЮКОВ Анатолий Васильевич,
заведующий кафедрой «Экономико-математические
методы и статистика»
ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный
университет» (НИУ);

доктор физико-математических наук, профессор,
ЖАДАН Виталий Григорьевич,
заведующий отделом прикладных проблем
оптимизации Федерального государственного
бюджетного учреждения науки Вычислительного
центра им. А. А. Дородницына Российской академии
наук.

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Новосибирский национальный
исследовательский государственный университет»

Защита состоится 1 октября 2013 г. в 15 часов
на заседании диссертационного совета Д 212.298.14
при ФГБОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ)
по адресу: 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76, ауд.1001.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Южно-
Уральский государственный университет» (НИУ).

Автореферат разослан «___» августа 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук, доцент



Келлер Алевтина Викторовна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. *Актуальность* использования вариационных неравенств как современного инструмента моделирования и численного решения оптимизационных задач обусловлена их универсальностью и применимостью при решении задач исследования операций в экономике, логистике, технике и других областях.

Научный вклад в разработку математических моделей, методов и эффективных алгоритмов решения вариационных неравенств внесли известные ученые: А. С. Антипин, В. А. Булавский, В. Г. Жадан, С. И. Зуховицкий, А. В. Зыкина, В. В. Калашников, И. В. Коннов, Г. М. Корпелевич, А. В. Панюков, А. Б. Певный, Б. Т. Поляк, Л. Д. Попов, М. Е. Примак, Е. Н. Хоботов, К. Arrow, G. Debreu, P. Harker, J. Pang, R. Solow и другие.

Универсальными методами решения вариационных неравенств являются итерационные методы, наиболее распространенные из них – градиентные методы. Однако их применение требует выполнения достаточно жестких условий (к примеру, сильной монотонности оператора вариационного неравенства или компактности исходного множества). Ослабить эти условия, а значит, расширить применимость вариационных неравенств позволяют экстраградиентные методы.

Общим недостатком классических итерационных методов является последовательное выполнение итераций, что приводит к неэффективному использованию ресурсов современных вычислительных машин. Опережающее развитие высокопроизводительной вычислительной техники по сравнению с развитием программного обеспечения делает востребованными методы и алгоритмы, использующие несколько процессоров. В связи с этим разработка параллельных методов и алгоритмов решения, а также распараллеливание существующих алгоритмов являются *актуальными* направлениями в развитии современных технологий математических методов моделирования сложных оптимизационных систем и итерационных методов для их решения.

Цель и задачи исследования. *Целью* диссертационной работы является разработка и теоретическое обоснование новой технологии построения итерационных методов, использующих особенности архитектуры современных

многоядерных компьютеров, с оценкой эффективности использования новых разработанных параллельных методов для решения задач математического моделирования на основе вариационных неравенств.

Для достижения цели работы поставлены следующие *задачи*:

1. Разработать метод математического моделирования в задачах оптимального резервирования.

2. Разработать технологию итерационных методов: итерационный метод с памятью, преобразующий последовательные итерационные методы в новый класс параллельных методов.

3. Построить и обосновать итерационные методы с памятью для градиентных и экстраградиентных методов решения вариационных неравенств.

4. Реализовать исследуемые последовательные итерационные методы и их параллельные модификации с памятью в виде программного комплекса.

5. Построить и исследовать математическую модель оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли с применением разработанной технологии математического моделирования на основе вариационных неравенств.

Научная новизна диссертационной работы заключается в том, что разработанный метод моделирования задачи оптимального резервирования основан на использовании аппарата вариационных неравенств в моделировании двухуровневых задач. Разработана новая технология итерационных методов: итерационный метод с памятью. Доказана сходимость по норме итерационных методов с памятью к решению задач для градиентных и экстраградиентных методов, получены оценки скорости сходимости. Впервые разработана математическая модель оптимального резервирования возобновляемых ресурсов, для решения которой применимы разработанные в диссертации численные методы.

Теоретическая значимость работы состоит в том, что разработанный метод моделирования задачи оптимального резервирования развивает теорию математического моделирования и может быть использован для качественного и численного исследования моделей на основе вариационных неравенств. Разработанная технология итерационных методов с памятью и построенные

параллельные алгоритмы вносят вклад в развитие методов математического программирования, теории вариационных неравенств, теории параллельных вычислений.

Практическая значимость работы. Программный комплекс *MMSolver* позволяет решать сводящиеся к вариационным неравенствам актуальные задачи математического моделирования из различных областей знаний, в том числе, задачу оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли, экономическую задачу «Продавец – Покупатель», техническую задачу из теории смазки (задачу о смазке подшипника).

Методология и методы исследования. В работе используются методы математического моделирования, математического программирования, теория вариационных неравенств, теория параллельных вычислений.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработан новый метод математического моделирования задачи оптимального резервирования, основанный на использовании аппарата вариационных неравенств в моделировании двухуровневых задач.

2. Разработана новая технология итерационных методов: итерационный метод с памятью, позволяющий преобразовать существующие итерационные методы и получить новый класс параллельных методов решения.

3. Разработаны новые итерационные методы с памятью для градиентных и экстраградиентных методов, доказана сходимость методов по норме к решению задач, получены оценки скорости сходимости.

4. Разработана программа «Экстраградиентные методы» и программный комплекс *MMSolver*, реализующие исследуемые итерационные методы. В ходе вычислительных экспериментов, проведенных на программном комплексе, подтверждена эффективность разработанных алгоритмов, методов и подходов.

Степень достоверности и апробация результатов. Разработанные в диссертационной работе методы, алгоритмы и результаты вычислительных экспериментов докладывались на следующих международных и всероссийских конференциях: Российская конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций» (Новосибирск, 2010); Всероссийская молодежная научно-техническая конференция «Россия молодая: передовые технологии – в

промышленность» (Омск, 2010); Российская молодежная научно-практическая конференция «Прикладная математика и фундаментальная информатика» (Омск, 2011, 2013); Всероссийская конференция «Математическое программирование и приложения» (Екатеринбург, 2011); Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения» (Иркутск, 2011); Всероссийская конференция «Статистика. Моделирование. Оптимизация» (Челябинск, 2011); Международная научно-техническая конференция «Динамика систем, механизмов и машин» (Омск, 2012); Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (Челябинск, 2013); Международная конференция «Дискретная оптимизация и исследование операций» (Новосибирск, 2013).

Работа выполнялась при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.В37.21.1123) и РФФИ (проекты № 12-01-31360, № 12-07-00326).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 17 научных работ, в их числе 4 статьи в ведущих российских рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК [1–4], и 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. Список работ приведен в конце автореферата.

В совместных с научным руководителем работах [2, 3, 4, 9, 11, 13, 17] научному руководителю принадлежат постановки задач, Запорожцу Д. Н. – все основные полученные результаты.

Из остальных работ, выполненных в соавторстве, в диссертацию включены только те результаты, которые были получены лично Запорожцем Д. Н. и не затрагивают интересов других соавторов.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов основного содержания, заключения, списка литературы из 106 наименований и приложений. Полный объем диссертации составляет 135 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Во введении представлена постановка задачи, рассматриваются актуальность, цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, апробация работы, методы исследования.

Первый раздел, «Математическое моделирование в двухуровневой оптимизации», состоит из шести подразделов и содержит основные сведения из теории вариационных неравенств, методов оптимизации и параллельных вычислений. На основе анализа разработанных моделей, методов и эффективных алгоритмов А. С. Антипина¹, А. В. Зыкиной², В. Г. Жадана³, И. В. Коннова⁴, А. В. Панюкова⁵ предлагается метод математического моделирования задач оптимального резервирования на основе вариационных неравенств в различных предметных областях.

В п. 1.1 приводятся способы сведения различных классов оптимизационных задач (задач дополнителности, задач линейного и выпуклого программирования, задач о седловой точке) к вариационным неравенствам.

Решить *вариационное неравенство* – значит найти такой вектор $x^i \in \Omega$, удовлетворяющий условиям:

$$\langle H(x^i), x - x^i \rangle \geq 0 \quad \forall x \in \Omega, \quad (1)$$

где $H: R^N \rightarrow R^N$, Ω – выпуклое, замкнутое множество.

Приводятся постановки смешанных вариационных неравенств, вариационных неравенств со связанными ограничениями и вариационно-подобных неравенств.

В п. 1.2 для задачи оптимального резервирования разрабатывается метод математического моделирования с использованием вариационных неравенств в задачах двухуровневой оптимизации.

Задача двухуровневой оптимизации выглядит следующим образом

$$x^i \in \operatorname{Argmin} \{F_1(x, y^i) \mid x \in X, g_1(x, y^i) \leq 0\},$$

где y^i – решение задачи

$$y^i \in \operatorname{Argmin} \{F_2(x^i, y) \mid y \in Y, g_2(x^i, y) \leq 0\}.$$

¹ Антипин, А. С. О методе выпуклого программирования, использующем симметрическую модификацию функции Лагранжа // Экономика и математические методы. – 1976. – Т. 12. – № 6. – С. 1164–1173.

² Зыкина, А.В. Обратная дополнителность в модели управления ресурсами // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т. 48. – № 11. – С. 1968-1978.

³ Евтушенко, Ю.Г., Жадан, В.Г. Релаксационный метод решения задач нелинейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1977. – Т. 17, № 4. – С. 890–904.

⁴ Konnov, I. V. Combined relaxation methods for variational inequalities. – Berlin etc. : Springer, 2001. – 181 p.

⁵ Панюков, А. В., Латипова, А.Т. Численные методы определения положения равновесия в модели Неймана // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2008. – Т. 48, № 11 – С. 1999 – 2007.

Здесь функция $\begin{matrix} +\mathcal{I}^M \rightarrow R \\ +\mathcal{I}^N \times R_{\mathcal{I}} \\ F_1: R_{\mathcal{I}} \end{matrix}$ – выпуклая, дифференцируемая по x для любого y ,

функция $\begin{matrix} +\mathcal{I}^M \rightarrow R \\ +\mathcal{I}^N \times R_{\mathcal{I}} \\ F_2: R_{\mathcal{I}} \end{matrix}$ – выпуклая, дифференцируемая по y для любого x , $g_1(x, y)$ –

выпуклая по x функция для любого y , $g_2(x, y)$ – выпуклая по y функция для любого x , X, Y – выпуклые компакты.

При указанных условиях задача (2) записана в терминах вариационных неравенств.

В п. 1.3 построена математическая модель задачи оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли. На верхнем уровне решается задача максимизации выручки от продажи зерна:

$$x^{\mathcal{I}} \in \text{Argmax} \left\{ \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n p_i^k (c_i^k x_i^k - y_i^k) \mid x \in X(y) \right\}$$

$$X(y) = \left\{ \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_i^k = S, R_{I^k} \leq \sum_{i \in I^k} x_i^k \leq Q_{I^k}, k = \overline{1, m}, x_i^k \geq \frac{y_i^k}{D}, i = \overline{1, n} \right\}$$

где x_i^k – посевная площадь, занятая семенами i -го сорта k -й репродукции, га; p_i^k – цена реализации семян i -го сорта k -й репродукции, руб/ц; c_i^k – урожайность i -го сорта k -й репродукции, ц/га; y_i^k – семенной фонд i -го сорта k -й репродукции, который необходимо заготовить, ц; S – общая посевная площадь, га; I^k – подмножество номеров сортов, $I^k \in \{I_1^k, \dots, I_{l_k}^k\}$; R_{I^k}, Q_{I^k} – минимальная и максимальная допустимая посевная площадь под группу сортов I^k k -й репродукции, га, соответственно; D – норма высева, ц/га.

Задача второго уровня – минимизация затрат на покупку новых семян

$$y^{\mathcal{I}} \in \text{Argmin} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n a_i^k (D x_i^k - y_i^k) \mid y \in Y(x), k = \overline{1, m},$$

$$Y(x) = \left\{ \sum_{i \in I^k} a_i^k (D x_i^k - y_i^k) \leq B_{I^k}, I^k \in \{I_1^k, \dots, I_{l_k}^k\}, k = \overline{1, m} \right\}$$

где a_i^k – цена семян i -го сорта k -й репродукции, руб/ц.

В п. 1.4 и 1.5 разработанный аппарат моделирования используется для моделирования экономической задачи «Продавец – Покупатель» и технической задачи из теории смазки (задачи о смазке подшипника).

В п. 1.6 подводятся итоги по разделу 1, сделан вывод о месте диссертационного исследования в развитии методов математического моделирования. Использование вариационных неравенств для моделирования двухуровневых задач показывает применимость предложенного нового метода математического моделирования к большому количеству не только экономических задач (задача оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли, задача «Продавец – Покупатель»), но и к задачам, имеющим физический смысл (задача о смазке подшипника).

Второй раздел, «Итерационные методы», состоит из пяти подразделов и содержит итерационные методы решения вариационных неравенств: градиентные методы с постоянным шагом, с убывающим шагом, одношаговый и двухшаговый экстраградиентные методы.

В п. 2.1 приводится описание градиентных методов для решения вариационного неравенства (1). Вычислительная схема методов имеет вид

$$P_{\square}(\alpha^k - H(x_k)), \\ x_{k+1} = \alpha^k,$$

где α – длина шага метода, H – оператор вариационного неравенства, P_{\square} – оператор проецирования на множество \square .

В п. 2.2 рассматриваются одношаговый и двухшаговый экстраградиентные методы. Одношаговый экстраградиентный метод для решения вариационного неравенства (1) задается следующими рекуррентными выражениями

$$\alpha^k - H(x_k), \quad \alpha^k - H(x_k) \\ x_k = P_{\square} \alpha^k, \quad x_{k+1} = P_{\square} \alpha^k.$$

Основное отличие экстраградиентного метода от градиентного заключается в вычислении прогнозной точки α^k .

Двухшаговый экстраградиентный метод для решения вариационного неравенства (1) задается рекуррентными выражениями

$$\alpha^k = P_{\square}(x_k - H(x_k)), \quad x_k = P_{\square}(x_k - H(x_k)),$$

$$P_{\square}(\hat{x}_k - \bar{H}(x_k)) .$$

$$x_{k+1} = \hat{x}_k$$

В отличие от одношагового экстраградиентного метода двухшаговый метод для вычисления очередной точки использует две прогнозные точки x_k и \hat{x}_k .

В п. 2.3 предлагаются итерационные методы с памятью как новый подход к распараллеливанию итерационных методов и создания новых вычислительных методов.

Вычислительная схема итерационных методов с памятью строится следующим образом. Пусть задан итерационный процесс $x_{k+1} = F(x_k)$, где F – некоторая процедура, последовательность действий, необходимая для получения следующей итерационной точки x_{k+1} .

Вектором движения итерационного процесса на k -й итерации называется разность точек, полученных на k -й и $(k-1)$ -й итерациях: $r_k = x_k - x_{k-1}$.

На k -й итерации строится вспомогательная точка $\hat{x}_k = x_k + \tau r_k$, $\tau \in \mathbb{R}$. Выражение для вычислительной схемы итерационного метода с памятью на основе итерационного процесса F задается следующим образом:

$$x_{k+1} = \begin{cases} F(\hat{x}_k), & \hat{x}_k \in \Omega \\ F(x_k), & \text{иначе} \end{cases}, \quad (3)$$

где условие $\hat{x}_k \in \Omega$ называется *критерием одного направления*.

Предлагаемый подход заключается в том, что используя направление r_k , вычисляем вспомогательную точку \hat{x}_k . Затем вычисляем $F(x_k)$, а на другом процессоре – $F(\hat{x}_k)$. И если \hat{x}_k удовлетворяет критерию одного направления, а именно, \hat{x}_k попадает в некоторую область Ω , то в качестве следующей точки x_{k+1} следует брать $F(\hat{x}_k)$.

У полученных новых методов с памятью есть два отличия от исходных методов. Во-первых, на очередной итерации используется информация о направлении движения на предыдущей итерации. Во-вторых, вычислительная схема допускает распараллеливание, что позволяет повысить их эффективность, сокращая не только количество итераций и время решения задачи, но и наиболее полно используя потенциал современных многоядерных компьютеров.

В диссертационной работе строятся вычислительные схемы алгоритмов с памятью для семейства градиентных методов (с постоянным шагом, с убывающим шагом), для одношагового и двухшагового экстраградиентных методов. Для каждого метода получена оценка трудоемкости итераций через количество операций произведения и сложения.

В п. 2.4 для итерационных методов с памятью доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть последовательность $x_{kk \in N}$, заданная оператором $F: R^n \rightarrow R^n$, монотонно сходится по норме к $x^i \in \Omega \subseteq R^n$, где Ω – замкнутое, выпуклое множество. Тогда последовательность итерационного метода с памятью (3) на основе оператора $F(x)$ с критерием одного направления в виде условия

$$\|x_k - \widehat{x}_k\| + \|\widehat{x}_k - F(x_k)\| = \|x_k - F(x_k)\| \quad (4)$$

монотонно приближается по норме к x^i .

Доказана монотонная сходимость в итерационных методах с памятью (3) с критерием одного направления в виде условия (4) для семейства градиентных методов (с постоянным шагом, с убывающим шагом) (**Теорема 2**), для одношагового и двухшагового экстраградиентных методов (**Теорема 3**). Построены вычислительные схемы алгоритмов с памятью.

Получены оценки скорости сходимости в итерационных методах с памятью:

Теорема 4. Пусть последовательность $x_{kk \in N}$, заданная оператором $F: R^n \rightarrow R^n$, монотонно сходится по норме к $x^i \in \Omega \subseteq R^n$, где Ω – замкнутое, выпуклое множество. Пусть последовательность $x_{kk \in N}$ обладает сходимостью степени β :

$$a(0,1]: N N, k \geq N \|x_k - x^i\| < a \|x_{k-1} - x^i\|^\beta.$$

Тогда последовательность итерационного метода с памятью (3) на основе оператора $F(x)$ с критерием одного направления (4) обладает сходимостью степени β .

В п. 2.5 сделаны выводы о преимуществах и перспективах использования нового подхода итерационных методов с памятью. Важной особенностью предложенных методов с памятью является их применимость к любому

монотонно сходящемуся по норме итерационному процессу, в результате чего получен новый класс параллельных итерационных методов. Вариативность выбора исходных критериев одного направления, которые могут быть различными для разных задач, позволяет получить новые методы решения.

Третий раздел, «Программный комплекс *MMSolver*», состоит из шести подразделов и содержит описание программного комплекса *MMSolver* и внутреннее строение его модулей, дается описание их интерфейсов, классов, реализованных методов. Каждый метод решения вариационного неравенства, каждая задача, сводящаяся к вариационному неравенству, реализованы в виде отдельных модулей, которые способны динамически загружаться в программный комплекс *MMSolver*. Последнее обстоятельство позволяет существенно расширить область применения программного продукта. Исследователь, реализовав модуль задачи или метода, сможет проверить, как известные итерационные методы решают его задачу, либо как его метод решает типовые задачи. Отдельно исследован вопрос численной реализации итерационных методов с памятью и их эффективной параллельной реализации.

В п. 3.1 рассматривается структура модуля *MatrixCalc*: программная реализация основных действий над векторами и матрицами. В п. 3.2 описывается структура модуля *Task*, в котором содержится описание интерфейса вариационного неравенства и содержательной задачи, сводимой к вариационному неравенству. В п. 3.3 содержится описание модуля *Method*. В этом модуле объявлен интерфейс итерационного метода решения вариационного неравенства. Таким образом, предоставляется возможным использовать в программном комплексе *MMSolver* собственные методы, причем к каждому методу автоматически добавится еще один метод «с памятью». В п. 3.4 исследуются особенности реализации итерационных методов с памятью на языке программирования C# 4.0 с использованием библиотеки TPL и на языке программирования C++ с использованием библиотеки OpenMP 2.0. В п. 3.5 дается описание интерфейса программного комплекса *MMSolver*.

В п. 3.6 содержатся итоги по разделу 3, сделаны выводы о предпочтительной вычислительной сложности алгоритмов решаемых задач для эффективного применения итерационных методов с памятью.

Четвертый раздел, «Вычислительные эксперименты», состоит из трех подразделов и включает численные эксперименты, которые проводились для оценки эффективности итерационных методов с памятью по времени и по числу итераций. Проведены исследования на монотонность, овражность функций, выпуклость допустимого множества.

В п. 4.1 рассматриваются тестовые задачи: системы линейных алгебраических уравнений со специальной кососимметрической матрицей, задачи дополненности, вариационные неравенства, оптимизационные задачи, в том числе, с функциями Розенброка и Химмельблау. Эмпирически подтверждено, что относительная эффективность применения итерационных методов с памятью по числу итераций для градиентного метода и одношагового экстраградиентного метода составляет до 50%, для двухшагового экстраградиентного метода – до 80%.

В п. 4.2 рассматриваются вычислительные эксперименты для задачи оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли. Результаты вычислений показывают, что применение итерационных методов с памятью позволило вдвое сократить число итераций.

В п. 4.3 подводятся итоги по разделу 4, сделаны выводы о целесообразности применения итерационных методов с памятью для рассмотренных задач математического моделирования.

В заключении приведено развернутое изложение основных научных результатов, их использование и перспективы дальнейшей разработки темы.

В приложении содержатся результаты вычислительных экспериментов и иллюстрации, демонстрирующие эффективность построенных алгоритмов.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработан новый метод математического моделирования задачи оптимального резервирования возобновляемых ресурсов. Метод основан на использовании аппарата вариационных неравенств в моделировании двухуровневых задач. Метод применен для моделирования задач из различных предметных областей (задача резервирования семенного фонда в сельскохозяйственной отрасли, экономическая задача «Продавец – Покупатель», техническая задача о смазке подшипника).

2. Разработана новая технология итерационных методов: итерационный метод с памятью, позволяющий преобразовать существующие итерационные методы и получить новый класс параллельных методов решения, эффективно использующих ресурсы многопроцессорной компьютерной техники.

3. Разработаны новые итерационные методы с памятью для градиентного метода с постоянным шагом, градиентного метода с убывающим шагом, одношагового экстраградиентного метода и двухшагового экстраградиентного метода, доказана сходимость методов по норме к решению задач, получены оценки скорости сходимости.

4. Введен эффективный для разработанных методов критерий одного направления. Построены вычислительные схемы алгоритмов с памятью для семейства градиентных методов (с постоянным шагом, с убывающим шагом), для одношагового и двухшагового экстраградиентных методов.

5. Разработана программа «Экстраградиентные методы» и программный комплекс *MMSolver*, реализующие исследуемые итерационные методы. В ходе вычислительных экспериментов, проведенных на программном комплексе, подтверждена эффективность разработанных алгоритмов, методов и подходов, получены новые закономерности, характеризующие построенную математическую модель оптимального резервирования возобновляемых ресурсов в сельскохозяйственной отрасли.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованные в ведущих российских рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК

1. *Запорожец, Д.Н.* Обработка исходных данных при реализации экстраградиентных методов решения линейных оптимизационных задач / Д.Н. Запорожец // Омский научный вестник. Серия Приборы, машины и технологии. – № 3(93). – 2010. – С.18 – 22.

2. *Запорожец, Д.Н.* Распараллеливание экстраградиентных методов / Д.Н. Запорожец, В.С. Зыкин, А.В. Зыкина, Д.И. Куянов // Омский научный вестник. Серия Приборы, машины и технологии. – № 3(103).– 2011.– С.22 – 25.

3. *Запорожец, Д.Н.* Двухшаговый экстраградиентный метод с памятью для решения вариационных неравенств со связанными ограничениями / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина // Омский научный вестник. Серия Приборы, машины и технологии. – № 3(113). – 2012. – С. 274 – 277.

4. *Запорожец, Д.Н.* Сравнительный анализ экстраградиентных методов решения вариационных неравенств для некоторых задач / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина, Н.В. Меленьчук // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 4. – С. 32 – 46.

Свидетельства о регистрации программы

5. *Запорожец, Д.Н.* Экстраградиентные методы (программа) / Д.Н. Запорожец, Н.В. Меленьчук // М.: ОФЭРНиО ФГПУ ИНИПИ РАО, 2010. – № 50201050071. – Св-во о регистрации электронного ресурса № 16330 от 27 октября 2010 года.

6. *Запорожец, Д.Н.* Программный комплекс *MMSolver* (программный комплекс) / Д.Н. Запорожец // М.: ОФЭРНиО ФГПУ ИНИПИ РАО, 2012. – № 50201250473. – Св-во о регистрации электронного ресурса № 18137 от 17 апреля 2012 года.

Другие публикации

7. *Запорожец, Д.Н.* Вариационные неравенства со связанными ограничениями в модели планирования производства / Д.Н. Запорожец, Н.В. Меленьчук // Россия молодая: передовые технологии – в промышленность: материалы III Всерос. молод. науч.-тех. конф. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – Кн. 1. – С.276 – 278.

8. *Запорожец, Д.Н.* Программное обеспечение для решения линейных оптимизационных задач экстраградиентными методами / Д.Н. Запорожец // Омское время – взгляд в будущее: Тез.докл. регион. молод. науч.-техн. конф. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2010. – Книга 1. – С. 225–228.

9. *Запорожец, Д.Н.* Эффективность двухшагового экстраградиентного метода решения вариационных неравенств / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина, Н.В. Меленьчук // Дискретная оптимизация и исследование операций: Материалы Рос. конф. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 2010. – С.87.

10. *Запорожец, Д.Н.* Распараллеливание экстраградиентных методов решения оптимизационных задач с матричным оператором / Д.Н. Запорожец, В.С. Зыкин, Д.И. Куянов // Прикладная математика и фундаментальная информатика: Сб. науч. тр. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. – С. 73 – 79.

11. *Запорожец, Д.Н.* Экстраполяционные методы решения вариационных неравенств и смежных задач / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина, Н.В. Меленьчук //

Математическое программирование и приложения: Информац. бюллетень АМП № 12 / XIV Всерос. конф.: Тез.докл. – Екатеринбург: УрО РАН, 2011. – С. 41 – 42.

12. *Запорожец, Д.Н.* Экстраградиентные методы с памятью / Д.Н. Запорожец // XV Байкальская международная школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения». Т. 2: Математическое программирование. – Иркутск: РИО ИДСТУ СО РАН, 2011. – С. 92 – 95.

13. *Запорожец, Д.Н.* Экстраградиентные методы с памятью для решения вариационных неравенств / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина // Статистика. Моделирование. Оптимизация: сборник трудов Всерос. конф. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2011. – С. 121 – 124.

14. *Запорожец, Д.Н.* Программный комплекс *MMSolver* / Д.Н. Запорожец // Динамика систем, механизмов и машин: материалы VIII Междунар. науч.-техн. конф. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2012. – С. 258 – 261.

15. *Запорожец, Д.Н.* Распараллеливание итерационных методов решения вариационных неравенств / Д.Н. Запорожец // Параллельные вычислительные технологии: сб. тр. Междунар. конф. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013. – С. 121–124.

16. *Запорожец, Д.Н.* Параллельные технологии в решении задачи оптимального резервирования возобновляемых ресурсов на примере сельскохозяйственной отрасли / Д.Н. Запорожец // Прикладная математика и фундаментальная информатика: сб. материалов III Рос. молод. науч.-практ. конф. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2013. – С. 48 – 51.

17. *Запорожец, Д.Н.* Разработка параллельных алгоритмов многошаговых экстраградиентных методов / Д.Н. Запорожец, А.В. Зыкина // Междунар. конф. «Дискретная оптимизация и исследование операций»: Материалы конф. Новосибирск : ИМ СО РАН, 2013. – С.49.

Отпечатано на дупликаторе.
Бумага офсетная. Усл. печ.л. 1.Усл.-изд.л. 1.Тираж 100 экз.

Издательско-полиграфический центр ОмГМА
644050, г. Омск, пр. Мира, 30, тел. 60-59-08